

基于二维循环统计量的二维谐波信号参数估计

汪 飞,王树勋,窦慧晶
(吉林大学通信工程学院,吉林长春 130025)

摘 要: 本文利用二维循环统计量方法对二维平稳乘性噪声与二维平稳加性噪声共存情况下的二维谐波信号参数估计问题进行了讨论. 利用二维循环统计量能够有效地抑制二维平稳乘性噪声和二维平稳加性噪声的特点,有效地从噪声中提取出信号参数. 仿真实验对算法作了说明.

关键词: 二维; 循环平稳; 循环统计量; 乘性噪声

中图分类号: TN911. 72 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2003) 10-1522-04

Two-Dimensional Parameter Estimation Using Two-Dimensional Cyclic Statistics

WANG Fei, WANG Shu-un, DOU Hui-jing
(Communication Engineering College, Jilin University, Changchun, Jilin 130025, China)

Abstract: The problem of concern here is parameter estimation of two-dimensional harmonics in the presence of multiplicative and additive noise. Two-dimensional cyclic statistics which can restrain two-dimensional multiplicative noise and two-dimensional additive noise efficiently are employed to estimate the frequencies and phases. Simulation examples illustrate the algorithm.

Key words: two-dimensional; cyclostationary; cyclic statistics; multiplicative noise

1 引言

二维谐波恢复问题近年来受到了广泛的重视,并且已在雷达、声纳和地球物理等众多领域得到了应用. 为了得到高分辨率的谱估计,一些有效的子空间方法已经从一维拓展到了二维,例如 MUSIC^[1], MEMP^[2]和 ESPRIT^[3]. 特别地, ESPRIT 不仅由于它不需要在二维平面内搜索谱峰,因此是一种有效的算法;而且如果多频率对共享一个频率时,它提出了更好的配对方法.

由于在实际应用中噪声不一定是白色的,所以文[4]和[5]研究了基于高阶累积量的方法. 它们的主要思想是四阶累积量对噪声不敏感,却包含有二维谐波的频率与幅度信息.

迄今为止,大部分工作都围绕着观测数据只含加性噪声的谐波恢复. 然而,乘性噪声在许多情况下大量存在. 例如:在水声信号处理中,乘性噪声可以描述为随机起伏对声波的影响,这一起伏可由介质、流向改变和目标散射干扰引起.

循环平稳理论在一维循环平稳过程的频率与相位估计中被证明是一种有效的方法. 它不仅能够有效地抑制谐波信号中的乘性噪声与加性噪声^[6],分析谐波信号的耦合效应^[7],而且已被广泛应用于研究阵列信号处理^[8]、多谱勒效应^[9]等众多领域. 虽然 V. G. Alekseev^[10]提出了处于高斯场的循环平稳过程的谱密度估计,然而却没有见到它在信号处理中的应用.

本文将循环平稳理论扩展到二维,用来进行二维谐波信号参数估计,取得了较好的效果.

2 频率与相位估计

定义 $x(m, n)$ 为含乘性和加性噪声的二维谐波信号模型.

$$x(m, n) = \sum_{l=1}^L s_l(m, n) \exp[j(\omega_{1l}m + \omega_{2l}n + \phi_l)] + (m, n) \quad (1)$$

其中, m, n 代表二维时间坐标, $m = 0, 1, \dots, T_1 - 1; n = 0, 1, \dots, T_2 - 1$. L 代表信号个数. $(\omega_{1l}, \omega_{2l})$ 代表第 l 个信号频率对. ϕ_l 代表第 l 个信号相位. $s_l(m, n)$ 代表乘性噪声. (m, n) 代表加性噪声.

假设:(1) s_k 's 属于 $(-\pi, \pi)$, 且 $(\omega_{1l}, \omega_{2l}) \neq (0, 0), k = 1, 2, \dots, L$ 对频率相互独立;(2) ϕ_l 's 是属于 $(-\pi, \pi)$ 之间的确定性常数;(3) 乘性噪声 $s_l(m, n)$'s 和加性噪声 (m, n) 是相互独立二维平稳可混的随机过程. 即 $\forall p \in \mathbb{Z}, \mathbb{Z}$ 为正整数集合.

$$\sup_{\substack{1 \leq p \leq L \\ 1 \leq p \leq L}} \sum_{m, n} |cum\{s_{i_0}(m, n), s_{i_1}(m + 1, n + 1), \dots, s_{i_p}(m + p, n + p)\}| < +\infty$$

其中, $s_{i_l}(m, n) = \{s_l(m, n), s_l^*(m, n)\}$,

$$s_{L+1}(m, n) \triangleq (m, n), l = 1, 2, \dots, L + 1.$$

2.1 基于二维循环均值的二维谐波信号参数估计方法

若 $s_l(m, n)$ 的均值 $m_{sl} \triangleq E[s_l(m, n)] \neq 0$, 则定义 $x(m, n)$ 的均值,

$$c_{1x}(m, n) \triangleq E[x(m, n)] = \sum_{l=1}^L m_{sl} \exp[j(\omega_{1l}m + \omega_{2l}n + \phi_l)] + m \quad (2)$$

由式(2)可得出如下结论:当 $m_{sl} \neq 0$ 时, 二维谐波信号的循环均值含有信号的频率和相位信息.

由于 $c_{1x}(m, n)$ 是周期时变的, 称 $c_{1x}(m, n)$ 的傅立叶级数系数 $C_{1x}(\omega, \omega')$ 为二维循环均值, 即

$$C_{1x}(\omega, \omega') \triangleq \lim_{M, N} \frac{1}{MN} \sum_{p=0}^{M-1} \sum_{q=0}^{N-1} \left\{ \frac{1}{T_m} \frac{1}{T_n} \sum_{m=0}^{T_m-1} \sum_{n=0}^{T_n-1} c_{1x}(m+pT_m, n+qT_n) \exp(-j\omega m) \exp(-j\omega' n) \right\} \\ = \lim_{T_1, T_2} \frac{1}{T_1 T_2} \sum_{m=0}^{T_1-1} \sum_{n=0}^{T_2-1} c_{1x}(m, n) \exp(-j\omega m) \exp(-j\omega' n) \quad (3)$$

其中 $T_1 = MT_m, T_2 = NT_n; C_{1x}(m, n) = C_{1x}(m + T_m, n + T_n)$

$C_{1x}(m + T_m, n)$.

在满足假设条件(1)~(3), 且对信号抽样满足 Nyquist 抽样定理的情况下, 二维循环均值的离散形式可以定义为

$$C_{1x}(\omega, \omega') \triangleq \lim_{L} \frac{1}{T_1 T_2} \sum_{m=0}^{T_1-1} \sum_{n=0}^{T_2-1} c_{1x}(m, n) \exp(-j\omega m) \exp(-j\omega' n) \\ = \sum_{l=1}^L m_{sl} \exp(j\phi_l) \sum_{i=1}^L \delta(\omega - \omega_{1i}) \delta(\omega' - \omega_{2i}) + m(\omega, \omega') \quad (4)$$

由式(4)可知, 当 $\omega = \omega_{1l}$ 且 $\omega' = \omega_{2l} (l = 1 \sim L)$ 时, 式(4)有峰值, 可求得二维谐波信号频率. 谐波信号的相位也可以通过式(4)求得.

由文献[11], 可以用式(5)估计式(4)

$$\hat{C}_{1x}(\omega, \omega') = \frac{1}{T_1 T_2} \sum_{m=0}^{T_1-1} \sum_{n=0}^{T_2-1} x(m, n) \exp(-j\omega m) \exp(-j\omega' n) \quad (5)$$

事实上式(5)只是对 $x(m, n)$ 作了一个二维 DFT, 因此可以使用快速 2-D FFT 算法完成. 一旦得到 $\hat{C}_{1x}(\omega, \omega')$, 频率与相位估计也就可以从式(6)和式(7)得到.

$$\left\{ \hat{\omega}_{1l}, \hat{\omega}_{2l} \right\}_{l=1}^L = \underset{(\omega_{1l}, \omega_{2l}) \in (0,0)}{\operatorname{argmax}} \left| \hat{C}_{1x}(\omega_{1l}, \omega_{2l}) \right| \quad (6) \\ \hat{\phi}_l = \operatorname{arg} \left[\hat{C}_{1x}(\hat{\omega}_{1l}, \hat{\omega}_{2l}) \right], \quad (7) \\ \hat{m}_{sl} = \left| \exp(-j\hat{\phi}_l) \hat{C}_{1x}(\hat{\omega}_{1l}, \hat{\omega}_{2l}) \right|$$

由式(4)可知, 为了避免二维平稳循环加性噪声, 在式(6)设 $(\omega, \omega') = (0, 0)$.

2.2 基于二维循环相关的二维谐波信号参数估计方法

由式(2)可得, 当 $m_{sl} = 0$ 时, $x(m, n)$ 的均值不再包含谐波信号信息, 因此不能再使用式(5)、(6)和(7)进行谐波信号参数估计. 为了寻求 $m_{sl} = 0$ 情况下的二维谐波信号参数估计方法. 首先, 定义 $x(m, n)$ 的时变相关函数为

$$c_{2x}(m, n; \omega_1, \omega_2) \triangleq \operatorname{cum}\{x(m, n), x(m + \omega_1, n + \omega_2)\} \\ = E[x(m, n)x(m + \omega_1, n + \omega_2)]$$

$$= \sum_{l=1}^L c_{2s_l}(\omega_1, \omega_2) \exp[j(\omega_{1l}\omega_1 + \omega_{2l}\omega_2)] \\ \exp[2j(\omega_{1l}m + \omega_{2l}n + \phi_l)] + c_{2x}(\omega_1, \omega_2) \quad (8)$$

显然, 上式中当 $c_{2s_l}(\omega_1, \omega_2) \neq 0$ 时, $c_{2x}(m, n; \omega_1, \omega_2)$ 是 m 和 n 的函数. 其次, 当 $\omega_1 = \omega_2 = 0$ 时, 式(8)为 $c_{2x}(m, n; 0, 0)$. 由于它是周期时变函数, 所以定义 $c_{2x}(m, n; 0, 0)$ 的傅立叶级数系数为其二维循环相关函数, 即

$$C_{2x}(\omega, \omega'; 0, 0) \triangleq \lim_{T_1, T_2} \frac{1}{T_1 T_2} \sum_{m=0}^{T_1-1} \sum_{n=0}^{T_2-1} c_{2x}(m, n; 0, 0) \exp(-j\omega m) \exp(-j\omega' n) \\ = \sum_{l=1}^L \frac{1}{2} c_{s_l}^2 \exp(2j\phi_l) \sum_{i=1}^L \delta(\omega - \omega_{1i}) \delta(\omega' - \omega_{2i}) + c_{2x}(\omega, \omega') \quad (9)$$

观察式(9)与式(4), 可知二维谐波信号的频率和相位同样可由式(9)求得.

相应地, 由文献[11], 二维循环相关可以用式(10)作为其估计子.

$$\hat{C}_{2x}(\omega, \omega'; 0, 0) = \frac{1}{T_1 T_2} \sum_{m=0}^{T_1-1} \sum_{n=0}^{T_2-1} x^2(m, n) \exp(-j\omega m) \exp(-j\omega' n) \quad (10)$$

因此有

$$\left\{ \hat{\omega}_{1l}, \hat{\omega}_{2l} \right\}_{l=1}^L = \underset{(\omega_{1l}, \omega_{2l}) \in (0,0)}{\operatorname{argmax}} \left| \hat{C}_{2x}(\omega_{1l}, \omega_{2l}; 0, 0) \right| \quad (11)$$

$$\hat{\phi}_l = \frac{1}{2} \operatorname{arg} \left[\hat{C}_{2x}(2\hat{\omega}_{1l}, 2\hat{\omega}_{2l}; 0, 0) \right] \\ \hat{m}_{s_l}^2 = \left| \hat{C}_{2x}(2\hat{\omega}_{1l}, 2\hat{\omega}_{2l}; 0, 0) \right| \quad (12)$$

由假设式(1)、(2)和(8)、(9)可以看到 m_{sl} 's 和 ϕ_l 's 被限制在 $(-\pi/2, \pi/2)$ 之间, 从而表现出二维循环相关函数的局限性. 为了解决这个问题, 引进了二维三阶循环累积量.

2.3 基于二维三阶循环累积量的二维谐波信号参数估计方法

假设 $m_{s_l} = 0$ 和 $m = 0$, 定义 $x(m, n)$ 的三阶时变累积量为

$$c_{3x}(m, n; 0, 0; 0, 0) \triangleq \operatorname{cum}\{x(m, n), x(m, n), x^*(m, n)\} \\ = E[x(m, n)x(m, n)x^*(m, n)] \\ = \sum_{l=1}^L 3s_l \exp[j(\omega_{1l}m + \omega_{2l}n + \phi_l)] + c_{3x} \quad (13)$$

其中, $c_{3s_l} \triangleq E[s_l^3(m, n)] \neq 0$ 是 $s_l(m, n)$ 的歪斜度, $c_{3x} = E[s^3(m, n)]$. 定义式(13)的傅立叶级数系数为二维三阶循环累积量, 即

$$C_{3x}(\omega, \omega'; 0, 0; 0, 0) \triangleq \lim_{T_1, T_2} \frac{1}{T_1 T_2} \sum_{m=0}^{T_1-1} \sum_{n=0}^{T_2-1} c_{3x}(m, n; 0, 0; 0, 0) \exp(-j\omega m) \exp(-j\omega' n) \\ = \sum_{l=1}^L 3s_l \exp(j\phi_l) \sum_{i=1}^L \delta(\omega - \omega_{1i}) \delta(\omega' - \omega_{2i}) + c_{3x}(\omega, \omega') \quad (14)$$

由文献[11], 二维三阶循环累积量可以用式(15)作为其



估计子

$$C_{3x}(\omega_1, \omega_2; 0, 0; 0, 0) = \frac{1}{T_1 T_2} \sum_{m=0}^{T_1-1} \sum_{n=0}^{T_2-1} x^2(m, n) x^*(m, n) \exp(-j\omega_1 m) \exp(-j\omega_2 n) \quad (15)$$

相应地,二维谐波信号的频率和相位估计如下:

$$\left\{ \hat{\omega}_{1l}, \hat{\omega}_{2l} \right\}_{l=1}^L = \underset{(\omega_1, \omega_2) \in (0,0)}{\operatorname{argmax}} |C_{3x}(\omega_1, \omega_2; 0, 0; 0, 0)| \quad (16)$$

$$\hat{\phi}_l = \arg[C_{3x}(\hat{\omega}_{1l}, \hat{\omega}_{2l}; 0, 0; 0, 0)] \quad (17)$$

虽然 $\hat{\omega}_{kl}$'s 和 $\hat{\phi}_l$'s 被限制在 $[-\pi/2, \pi/2]$ 之间的问题得到了解决,然而其代价是 $s_l(m, n)$'s 必须是一个非对称非高斯过程.

3 仿真

在以下的实验中,都假设信号个数 $L=2$, 频率为 $(\omega_{11}, \omega_{21}) = (0.5, 1), (\omega_{12}, \omega_{22}) = (1.2, 0.8)$; 加性噪声 $(m, n) \sim N(0, 2)$; 乘性噪声 $s_1(m, n), s_2(m, n)$ 分别为 $e(m, n)$ 与 $e_1(m, n)$ 生成的 MA 模型的有色平稳噪声, 其中 $e(m, n)$ 与 $e_1(m, n)$ 为独立同分布的指数白噪声.

3.1 实验一

3.1.1 用式(5)估计频率的实验 假设 $E(s_l) = 1.425; \operatorname{var}(s_l) = 1.105625; E(s_2) = 1.4; \operatorname{var}(s_2) = 1.06$. 实验数据长度为 128×128 ; 实验结果如图 1 与图 2 所示.

观察图 1 与图 2 可以明显看到估计频率的谱峰正好积聚在假设频率为 $(\omega_{11}, \omega_{21}) = (0.5, 1), (\omega_{11}, \omega_{22}) = (1.2, 0.8)$ 的位置.

3.1.2 用式(10)估计频率的实验 假设 $E(s_l) = 0; \operatorname{var}(s_l) =$

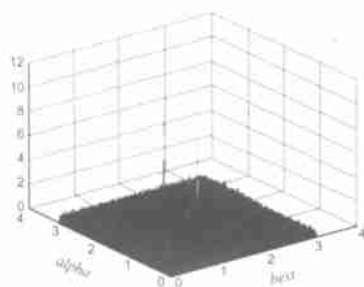


图 5 用二维二阶循环累积量估计谐波频率的立体图

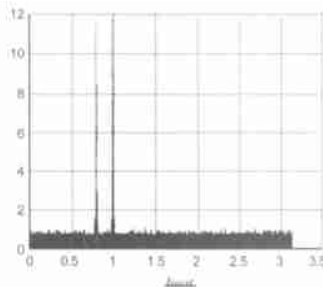


图 6 用二维二阶循环累积量估计谐波频率的右视图

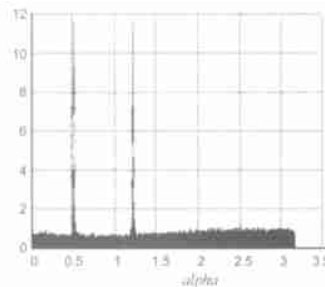


图 7 用二维二阶循环累积量估计谐波频率的左视图

3.2 实验二

下面的实验中, 分别用式(5)、(6)、(7), 式(10)、(11)、(12)和式(15)、(16)、(17), 在对应于实验一中正确估计出频率的假设条件下, 各做 10 次蒙特卡洛实验. 表 1 列出了用式(5)、(6)和(7)估计的结果. 表 2 列出了用式(10)、(11)和(12)估计的结果. 表 3 列出了用式(15)、(16)和(17)估计的结果.

表 1

l	m_{s_l}	\hat{m}_{s_l}	ω_{1l}	$\hat{\omega}_{1l}$	ω_{2l}	$\hat{\omega}_{2l}$	ϕ_l	$\hat{\phi}_l$
1	1.425	1.4224	0.5	0.5001	1.0	1.0002	0.6	0.5836
2	1.4	1.3949	1.2	1.1996	0.8	0.8007	1.3	1.2762

表 2

l	$\frac{2}{s_l}$	$\hat{\lambda}_{s_l}^2$	ω_{1l}	$\hat{\omega}_{1l}$	ω_{2l}	$\hat{\omega}_{2l}$	ϕ_l	$\hat{\phi}_l$
1	8.0	8.0378	1.0	1.0002	2.0	2.0003	1.2	1.1729
2	6.0	6.0171	2.4	2.4001	1.6	1.5999	2.6	2.6302

表 3

l	ω_{1l}	$\hat{\omega}_{1l}$	ω_{2l}	$\hat{\omega}_{2l}$	ϕ_l	$\hat{\phi}_l$
1	0.5	0.5001	1.0	1.0002	0.6	0.4812
2	1.2	1.1996	0.8	0.8007	1.3	1.1446

$8; E(s_2) = 0; \operatorname{var}(s_2) = 6$. 实验数据长度为 128×128 ; 实验结果如图 3 与图 4 所示.

观察图 3 与图 4 不仅能够看到明显代表估计频率的谱峰而且也可以很清楚的看到在频率 $(0, 0)$ 处由加性噪声引起的谱峰.

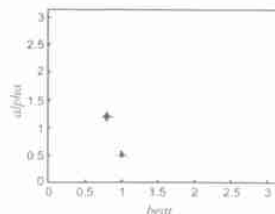


图 1 用二维循环均值估计谐波频率的等高图

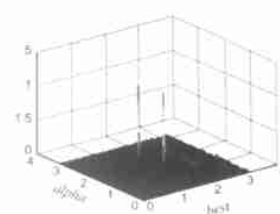


图 2 用二维循环均值估计谐波频率的立体图

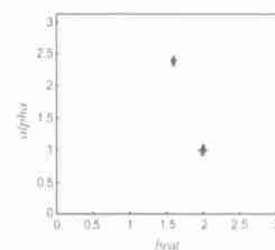


图 3 用二维循环相关估计谐波频率的等高图

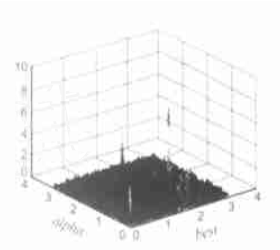


图 2 用二维循环相关估计谐波频率的立体图

3.1.3 用式(15)估计频率的实验 假设 $E(s_l) = 0; \operatorname{var}(s_l) = 6; E(s_2) = 0; \operatorname{var}(s_2) = 6; s_{3l} = 0$; 实验数据长度为 512×512 ; 实验结果如图 5, 图 6 与图 7 所示. 观察图 5, 图 6 与图 7 可以看到在假设频率处有两个明显的谱峰.

4 结论

本文讨论了乘性噪声和加性噪声共存下的二维谐波信号参量估计问题,并利用所定义的二维循环均值,二维循环相关和二维三阶循环累积量分别估计不同假设条件下的谐波信号参数.通过仿真实验可以看到二维循环统计量能够有效地抑制平稳乘性噪声与平稳加性噪声的影响,并且利用二维循环统计量所做的频率估计结果也非常接近于真值.然而,本文所提出的方法需要的数据量相对较大,而且相位估计也并不令人满意.仿真结果说明相位估计对于频率估计的准确度非常敏感.对于如何减少数据量,提高估计相位的准确性以及噪声强度对信号的影响还有待进一步研究.

参考文献:

- [1] Monson H Hayes, D S Mazel, D M Wilkes. 2-D constrained harmonic retrieval [Z]. Maple press, 30332-0250 school of electrical engineering Georgia institute of technology Atlanta, GA. 1998. 762 - 766.
- [2] Yingbo Hua. Estimating two-dimensional frequencies by matrix enhancement and matrix pencil [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1992, 40(9): 2268 - 2280.
- [3] Stephanie Rouquette, Mohamed Najim. Estimation of frequencies and Damping factors by two-dimensional Esprit type method [J]. IEEE, Trans. on Signal Processing, 2001, 49(1): 237 - 245.
- [4] Hossny M, Ibrahim, Reda R Charieb. Estimating two-dimensional frequencies by a cumulant-based fblp method [J]. IEEE, Trans. on Signal Processing, 1999, 47(1): 262 - 266.
- [5] R R Charieb. Cumulant-based LP method for two-dimensional spectral estimation [J]. IEE Proc-Vis Singal Process, 1999, 146(6): 307 - 312.
- [6] V G Alekseev. On spectral density estimates for a gaussian periodically correlated random field [J]. Probability and mathematical statistics, 1991, 11(2): 157 - 167.
- [7] Amod V Dandawate, Georgios B Gannakis. Nonparametric polyspectral estimation for kth-order (almost) cyclostationary processes [J]. IEEE Tran. On Information Theory, 1994, 40(1): 67 - 84.
- [8] 刘若伦, 徐景, 王树勋. 复杂噪声中的二维 DOA 估计新方法 [J]. 电子学报, 2000, 28(12): 1 - 3.
- [9] Mounir Ghogho, Anantharam Swami, Tariq S Durrani. Frequency estimation in the presence of Doppler spread: performance analysis [J]. IEEE Tran. On Signal Processing, 2001, 49(4): 777 - 789.
- [10] Georgios B Gannakis, Guotong Zhou. Harmonics in multiplicative and additive noise: parameter estimation using cyclic statistics [J]. IEEE Trans. on signal Processing, 1995, 43(9): 2217 - 2221.
- [11] [11] Hongwei Li, Qiansheng Cheng, Baozong Yuan. Strong laws of large numbers for two-dimensional processes [A]. Signal Processing Proceedings [C]. ICSP, 1998.

作者简介:



汪 飞 男, 1976 年生于湖北, 1998 年毕业于河海大学电力工程学院, 现为吉林大学博士研究生, 研究方向主要为高阶统计量理论及二维循环平稳时间序列分析.

王树勋 男, 1946 年生于吉林省长春市, 1970 年毕业于清华大学电机系, 1982 年在吉林工业大学电子工程系获工学硕士学位, 现为吉林大学教授、博士生导师, 主要研究方向为高阶统计量在数字信号处理中的应用及微计算机应用, 已出版著作 3 部, 发表论文 90 余篇.